

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES  
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES  
INSTITUTO DE CALCULO

Grupo de Economía

Boletín Interno N° 1

Agosto 1965

LOS MODELOS MATEMATICOS NUMERICOS COMO HERRAMIENTAS  
DE DECISION EN PROBLEMAS DIFICILMENTE CUANTIFICABLES.

En casi todos los problemas de las ciencias sociales la experiencia empírica que se posee no está cuantificada, o lo está de manera poco satisfactoria. A veces se niega incluso que eso sea posible. Aun en Economía - la más cercana a las ciencias exactas a este respecto - los datos numéricos son insuficientes para desarrollar teorías predictivas cuantitativamente.

¿Qué sentido tiene entonces emplear modelos matemáticos en estos casos? Está claro que no pueden usarse del mismo modo que en Ingeniería; es necesario un enfoque diferente. Sólo en casos especiales un modelo matemático (MM de aquí en adelante) servirá para hacer predicciones cuantitativas en ciencias sociales.

Trataremos en cambio de demostrar que los MM son útiles - y hasta indispensables - como herramientas para tomar decisiones, cuando se trata de elegir la mejor entre varias alternativas posibles de acción. Para ello describiremos el método de Experimentación Numérica, que no es más que el conocido método de simulación adaptado a estas condiciones particulares, que podemos llamar "situaciones cualitativas".

1.- Toda persona que debe tomar una decisión lo hace basándose en alguna imagen causal del mundo en la que por el momento cree y que le permite predecir in mente las consecuencias más probables de sus actos. Este modelo nunca se presenta completo sino que en cada caso aparece en la mente la parte más directamente pertinente. Eso ocasiona errores groseros y hasta contradicciones lógicas a lo largo del tiempo. El perfeccionamiento del modelo por aprendizaje ocurre también por partes.

Por no ser explícito, el modelo in mente tiene dos enormes inconvenientes:

- a) puede ser contradictorio e incompleto
- b) no permite aprovechar toda la información disponible y dificulta el trabajo en equipo.

Es necesario pues explicitar los modelos in mente. Pero si esto se hace con el lenguaje ordinario, el remedio no es del todo eficaz. La claridad de una explicación "literaria" depende demasiado del talento expositivo, y aun cuando éste existe no es fácil verificar la consistencia lógica y la completitud del modelo.

La Matemática en cambio es un lenguaje especialmente adaptado para mostrar con claridad las relaciones funcionales entre variables (numéricas o no) de modo que pueda verse y demostrarse si faltan o sobran variables o relaciones, o hay incompatibilidades o redundancias de cualquier clase. En 1965 es innecesario insistir sobre las ventajas de la formalización matemática.

Su desventaja evidente es que convertir un modelo in mente en un modelo matemático (MM) cuesta tiempo y dinero. Por lo tanto no todas las formalizaciones son convenientes. Pero la complejidad de los problemas de esta época hace que - fuera de las decisiones de la vida familiar - queden muy pocos problemas en que la formalización no sea conveniente.

La verdadera cuestión es: ¿qué grado de formalización?

2.- Los casos extremos son:

MM cualitativos. El mínimo grado de formalización es indicar que existen ciertas relaciones funcionales, de las que sólo se dan algunas propiedades muy generales. Así si el consumo del bien  $i$  por los asalariados depende de los precios, el ingreso disponible  $M$ , la tasa de inflación  $T$ , las deudas  $D$  y los hábitos anteriores de consumo  $H$ , diremos formalmente

$$C = f_{i,a}(p, M, T, D, H)$$

(donde se ve que el tipo de bien,  $i$ , y la categoría de consumidor,  $a$ , pueden considerarse también como variables) y, sin decir cual es exactamente la función  $f$ , podemos agregar información cualitativa indicando por ejemplo los signos de las distintas derivadas parciales de  $f$  y de las demás relaciones funcionales que componen el modelo. Esto permite muchas veces extraer algunas conclusiones útiles (como hizo Slutsky en este caso hace 50 años; ver también el análisis usual de los "modelos Keynesianos"), pero demasiado pocas y poco precisas.

MM cuantitativos. El máximo grado de formalización es indicar la forma exacta de cada relación funcional, de modo que, dado los valores iniciales exactos de las variables endógenas y la evolución temporal exacta de las variables exógenas se pueda calcular la evolución temporal exacta de las endógenas. Estos modelos, pues, predicen cuantitativamente. Si entre las variables exógenas figuran los instrumentos de decisión (variables "controlables") pueden así conocerse los efectos futuros de cada estrategia y por lo tanto puede elegirse con certeza la mejor de ellas.

Este desideratum es prácticamente imposible de alcanzar, y por desgracia actúa a veces como espejismo que impide la búsqueda

de otros caminos. En Economía corresponde la construcción de modelos econométricos, en los cuales se trata de aprovechar la existencia de series históricas de muchas variables para "ajustar" o estimar las funciones  $f$  por mínimos cuadrados. Esto prácticamente obliga a usar sólo funciones lineales y a ignorar variables de las cuales no hay series suficientemente buenas. El MM resulta ser no tanto una formalización del modelo in mente como de las series históricas aceptadas.

Esto no es objetable en principio, pues así como los resultados experimentales obligaron a los físicos a cambiar radicalmente su modelo del mundo, bien puede ser que las series históricas demuestren que el modelo in mente estaba errado. Pero una cosa es aprovechar la experiencia empírica y otra caer en un empirismo mecánico.

Por supuesto es muy deseable poder estimar con exactitud la forma y parámetros de las funciones usadas, pero no parece correcto rechazar funciones o variables porque no se dispone de todos los datos necesarios para esa estimación exacta. Esta actitud, que llamaremos "prejuicio cuantitativo", conduce a resultados aceptables sólo cuando todas las variables importantes son cuantificables, cuando los últimos 10 o 15 años han sido "normales" y además se espera que el futuro próximo sea del mismo tipo. Por lo tanto no produce MMs adecuados a situaciones de cambio rápido, que son justamente las que nos interesan.

3.- El método de experimentación numérica o simulación es un intento de aprovechar al máximo la información existente, tanto los datos empíricos sobre las variables como las hipótesis que constituyen el modelo in mente (que también han sido sugeridas por la experiencia y pueden evolucionar mucho). Se obtienen así MMs intermedios entre los cuali y cuantitativos, con dos características esenciales:

- a) Complejidad, pues pretenden tener en cuenta todas las variables que el modelo in mente juzga importantes, y porque no hay restricciones a priori sobre la forma matemática que pueden tener las funciones (en particular, no se es esclavo de la linealidad).
- b) Imprecisión, pues la forma exacta de las funciones pocas veces se conoce (sobre todo en las ecuaciones de comportamiento). Pero recalquemos: esto no debe considerarse un defecto del método sino un hecho real: la información es insuficiente, pero no despreciable; la experimentación numérica trata de aprovechar esa información. Recordemos que estos métodos de simulación derivan del método de Montecarlo, ideado por von Neumann justamente para tener en cuenta



un caso típico de información incompleta: variables consideradas aleatorias, de las que solo se conocen algunos parámetros estadísticos.

¿Qué validez puede tener un modelo impreciso? Los criterios son del mismo tipo que en Estadística, por ejemplo en teoría de la Decisión, y la idea central es la del aprendizaje, por ensayo y error. un MM de experimentación (ME de aquí en adelante), resume toda la información de que se dispone en este momento. No da predicciones ciertas sino probabilidades menores que 1 pero eso es suficiente para servir como instrumento de decisión. Los resultados a posteriori permiten perfeccionar el ME por argumentos del tipo Bayes.

Toca mencionar una cuestión de carácter técnico de importancia fundamental. antes de la construcción de grandes computadoras hubiera sido inútil proponer este método, pues por su complejidad un ME casi nunca es resoluble analíticamente. Gracias a las computadoras se dispone de una libertad matemática muy amplia y se ha hecho innecesario tener conocimientos detallados sobre solución de ecuaciones diferenciales. Además el aprendizaje no trae ningún problema matemático: si hay que modificar una función del ME casi nunca hay inconvenientes. En un MM que se debe resolver analíticamente, en cambio, cualquier modificación puede significar que ya no se sabe hallar una solución.

Sin adecuados medios de cómputo la experimentación numérica no puede hacerse.

#### 4.- Una breve descripción del método y sus problemas.

Un ME se construye para resolver un problema de decisión (como caso particular entra la predicción incierta): hay un usuario, que se va a servir del ME para elegir una estrategia de acción. Este usuario debe definir, en primera aproximación, sus metas y sus posibilidades, esto es, las variables objetivo o meta a optimizar, y las variables instrumento, controlables. A éstas el constructor del ME agrega todas las variables auxiliares necesarias; algunas exógenas (como el clima) y otras determinadas endógenamente.

Nota: todas las variables de un ME asumen valores numéricos, pues van a una computadora digital. Pero eso no significa que deban poseer todas las estructuras matemáticas de los números. Puede tratarse de una escala numérica convencional, que respete solo la estructura de orden (como representar "poco, regular y mucho" por 1, 2 y 3 ) o que no represente ninguna estructura (como indicar los distintos sectores de una economía por un subíndice numérico).

Llamemos S al sistema que estamos considerando (la eco-

nomía de un país o de una empresa, un grupo social, un sistema ecológico etc). El estado de  $S$  en un instante dado es toda la información que se puede y quiere usar en ese instante, y está representada por los valores de las variables elegidas para describir el sistema (las metas más las auxiliares).

El  $ME$  debe dar la evolución temporal de esas variables, en función de los instrumentos. Para ello hay que dar las ecuaciones dinámicas de  $S$ , que permiten calcular en cada instante los valores de todas las variables endógenas, conocidos sus valores iniciales (estado inicial) y la evolución de las exógenas e instrumentales.

Estas ecuaciones dinámicas están dadas por relaciones funcionales cuya forma no siempre conocemos exactamente. Los  $MM$  cuantitativos pretenden darlas con exactitud: un punto en el espacio de las funciones. (Funciones u operadores cuyo dominio es el producto estrategias  $\times$  hipótesis exógena  $\times$  valores iniciales, y cuyo rango está dado por las variables meta). Los  $MM$  cualitativos dan unas pocas propiedades generales: sólo determinan un subconjunto del espacio funcional sin poder decir cual de sus puntos es la "verdadera" función. La experimentación numérica es cualitativa en ese sentido: no da las funciones con precisión sino solo el conjunto de todas las posibles. Pero en general ese conjunto no tiene demasiados puntos (a mayor información, menor conjunto), en el sentido que la función está lo suficientemente determinada como para que se pueda llegar a una decisión.

Conviene pensar en un  $ME$  no como un solo  $MM$ , sino como un conjunto de ellos: todos los que se obtendrían usando para cada relación funcional las distintas formas compatibles con la información que poseemos sobre ella.

Las estrategias posibles forman otro conjunto,  $E$ , que muchas veces tiene sólo dos elementos: dilemas. Todos estos conjuntos pueden considerarse finitos.

El método de experimentación numérica consiste en tomar una muestra del "universo"  $ME$ . Si  $X$  es un ejemplar de la muestra, es decir,  $X$  es un  $MM$  obtenido dando a cada relación una forma precisa, compatible con la información, entonces se ensayan en  $X$  todas las estrategias de  $E$  y se comparan los resultados. Así se obtiene una ordenación de  $E$  según el grado en que cada estrategia alcance a cumplir las metas profijadas. Si  $E$  es muy grande, se toma una muestra solamente.

Para cada modelo  $X$  de la muestra de  $ME$  se repite este "barrido" de  $E$ , con lo cual se obtienen varias ordenaciones de  $E$ . Si todas coinciden en que la estrategia  $e$  es la mejor, ella es la solución del problema. Si las ordenaciones son muy diferen-

tes hay que analizar el ME con esta nueva información y ensayar los cambios que parezcan más razonables. Si los resultados siguen siendo sistemáticamente incoherentes, el método ha fracasado en ese caso y no puede llegarse a una decisión, pero es muy raro que no queden algunas enseñanzas útiles y algún criterio aunque sea parcial, de decisión.

5.- Para extraer la muestra de MS conviene seguir los criterios estadísticos usuales, pero no sin antes utilizar toda la información de carácter general que se posee e incluso algunas hipótesis extra-modelo razonables. Así si no se conoce el valor exacto de un parámetro pero se sabe que sus valores están comprendidos entre  $u$  y  $v$ , no es en general conveniente tomar una muestra al azar con distribución uniforme entre esos números, sino tan solo los dos valores extremos y tal vez su promedio.

El paso previo a la toma de la muestra debe ser un estudio de sensibilidad a las variaciones de parámetros (como toda función puede aproximarse por una poligonal, con posibles saltos, toda función está dada por un número finito de parámetros). Para ello, como los parámetros son del orden de las centenas por lo menos, hay que utilizar las técnicas del diseño de experiencias o algo análogo.

El análisis sistemático de resultados de los experimentos (es decir de las distintas combinaciones estrategia-modelo) no está aun fundamentado teóricamente. El problema central parece ser clasificar los experimentos, y para ello pueden ensayarse técnicas de "pattern-recognition".

6.- En el Instituto de Cálculo de la Universidad de Buenos Aires estamos ensayando este método en un modelo económico global de la Argentina y en un modelo sociológico que pretende representar la dinámica de la Utopía de Moro.

Oscar Varsavsky

EL MEIC - 0

(Modelo económico del Instituto de Cálculo, versión preliminar)

La producción está agregada en 4 sectores: 1.- Bienes industriales de consumo excepto alimentos y bebidas; 2.- Bienes agropecuarios más industrias de alimentos y bebidas; 3.- Bienes de capital e intermedios; 4.- Servicios (que incluye la comercialización).

Los alimentos y bebidas se agregan al sector agropecuario por sus estrechas vinculaciones en cuanto a exportación y consumo.

El modelo determina precios, salarios y beneficios; calcula consumo privado, capacidad de producción, inversión privada y producción, pero ésta última sólo a través de la demanda, de modo que no hay formación de inventarios (en esta versión). Se hacen las cuentas del gobierno, del exterior, y del ahorro privado, dando explícitamente los saldos para que se vean las necesidades de financiación.

No hay variables monetarias

Las variables instrumentales con que el gobierno define su política son diversas clases de impuestos, el tipo de cambio y los gastos corrientes y de inversión del gobierno.

Damos la versión completa, en la que hay ecuaciones tentativas para determinar endógenamente hasta las exportaciones, el tipo de cambio y los gastos del gobierno. En las aplicaciones prácticas muchas de estas variables deben ser exógenas. El programa permite reemplazar cualquier ecuación por otra de tipo exógeno, sea dada mediante una tasa constante de variación, o mediante una sucesión de valores en distintas fechas, entre las cuales se interpola linealmente.

El cálculo es secuencial, salvo para las producciones, que deben satisfacer un sistema de ecuaciones dado por la demanda.

El período de cálculo fue inicialmente de 20 días, pero ahora tomamos un mes. Esto es suficiente para seguir la inflación; disminuye algo el tiempo de cómputo, y permitirá introducir fenómenos estacionales con más naturalidad.

Unidades

Las principales unidades son:

Flujo real de bienes: un millón de pesos de 1953 por mes:

M<sub>0</sub> (Megapesos básicos por mes)  
mes

Flujo corriente de bienes: Megapesos corrientes por mes M<sub>0</sub>/mes.

Precios: Megapesos corrientes por megapeso base: M<sub>0</sub>/M<sub>0</sub>.

Salarios: Miles de pesos corrientes por hombre—mes: M<sub>0</sub>/KHM.  
(KHM= Kilo—hombres—mes).

Coefficiente de trabajo: (medida inversa de la productividad del trabajo): miles de hombres necesarios para producir un M<sub>0</sub> en un mes: KHM/M<sub>0</sub>.

Precios extranjeros: dólares por peso básico: MD/M<sub>0</sub> (MD: Megadólar).

Capacidad de producción: como flujo normal de producción: M<sub>0</sub>/mes.

Coefficiente capital/producción: mes (bienes de capital, en M<sub>0</sub>, sobre producción en M<sub>0</sub>/mes.

Precio de la capacidad: M<sub>0</sub> por M<sub>0</sub> por mes, o sea M<sub>0</sub>. mes/M<sub>0</sub>.

Inversión real: capacidad añadida por mes: M<sub>0</sub>/mes por mes = M<sub>0</sub>/mes<sup>2</sup>.

Las demás unidades se deducen inmediatamente de éstas.

MEIC - 0

$$1) \quad QCM_i(n) = QPC_i \cdot POBT(n) \quad i = 1, 2, 3, 4$$

El consumo mínimo real de bienes del sector  $i$ , en el período  $n$ , es igual al consumo mínimo per cápita ( $QPC_i$ ) por la población total  $POBT(n)$ .

$$2) \quad POBT(n) = POBT(n-1) \cdot (1 + ZPOB).$$

La población total aumenta de un período al siguiente según el factor de crecimiento demográfico  $ZPOB$ .

$$3) \quad C_i(n) = P_i(n) \cdot QCM_i(n) + FC_i \left[ CD(n) - \sum_{j=1}^4 P_j(n) \cdot QCM_j(n) \right] VO$$

$i = 1, 2, 3, 4.$

El gasto en consumo de bienes nacionales  $i$  en el período  $n$ ,  $C_i(n)$ , es igual al costo del consumo real mínimo en pesos co-

rrientes -  $P_i(n)$  es el precio corriente de esos bienes - más una parte,  $FC_i$ , de lo que se deseaba gastar en consumo,  $CD$ , deducidos los gastos mínimos  $P_i \cdot QCM_1 + \dots + P_4 \cdot QCM_4 -$

Como podría ocurrir que el gasto mínimo superase a  $CD$ , y no puede gastarse menos de  $P_i \cdot QCM_i$  por definición, agregamos al paréntesis un supremo con cero. El símbolo  $v$  indica que debe tomarse el mayor de los dos números que separa:  $5 v 6 = 6$ ,  $3 v 0 = 3$ ,  $(-3) v 0 = 0 -$

$$4) \quad CD(n) = \sum_{k=1}^5 FA_{6-k} \cdot C(n-k) \cdot \frac{PIN(n)}{PIN(n-k)} + FA_6 \cdot CT(n) -$$

CIM. TCM.

$$\text{con } FA_1 + FA_2 + \dots + FA_6 = 1$$

El consumo total deseado es un promedio ponderado del consumo estimado teóricamente,  $CT$ , y los consumos verdaderos de los 5 períodos anteriores,  $C(n-k)$ ,  $k=1,2, \dots, 5$ , corregidos por la inflación mediante los cocientes  $PIN(n)/PIN(n-k)$ , con ponderaciones  $FA_j$ .  $PIN$  es el índice de precios, definido más abajo -

Restando el consumo de bienes importados  $CIM \cdot TCM$ , se obtiene el consumo deseado de bienes nacionales.  $CIM$  = bienes importados, en Megadólares, (exógeno) -  $TCM$  = tipo de cambio para importación.

$$5) \quad CT(n) = (F_1 \cdot \frac{YD(n-1)}{PIN(n-1)} + F_2) \cdot PIN(n)$$

El consumo teórico total real,  $CT/PIN$ , se deduce por regresión sobre el ingreso disponible real del período anterior  $YD/PIN$ .

$$6) \quad C(n) = \sum_{i=1}^4 C_i(n)$$

El consumo personal total del período en bienes nacionales es la suma según los sectores de origen.

$$7) \quad QC_i(n) = \frac{C_i(n)}{P_i(n)}$$



Consumo real de bienes i nacionales en el período n.

$$8) \quad V_i(n) = \sum_{j=1}^4 (Q_{ji} - QM_{ji}(n)) P_j(n-1) + W_i(n) T_i(n) (1+AS_i) + \\ + \sum_{j=1}^4 QM_{ji}(n) PFM_j(n-1) TCM(n-1)$$

$$i = 1, 2, 3, 4.$$

Los costos variables por unidad de producción, sector i, mes n,  $V_i(n)$ , están formados por los costos de bienes intermedios al precio del período anterior ( $Q_{ji}$  son los coeficientes técnicos de insumo-producto intersectoriales), más los costos de mano de obra, más los de bienes importados -  $W_i(n)$  es el salario, neto de aportes sociales;  $T_i(n)$  es el coeficiente de trabajo (medida inversa de la productividad, ver Unidades);  $AS_i$  es la tasa de aportes sociales patronales más personales -  $QM_{ji}(n)$  es el coeficiente de insumos importados;  $PFM_j(n-1)$  es el precio extranjero de esos insumos y  $TCM$  es el tipo de cambio de importación.

$$9) \quad P_i(n) = V_i(n) \left[ 1 + MU_i + MI_i \cdot TINF(n) + PEX_i(n) \right] + \\ + TI_i \cdot P_i(n) + \delta_{i2} \cdot LA \cdot \left[ PF_2 \cdot TC - P_2 \right] \quad \forall 0 \\ i = 1, 2, 3, 4.$$

$$\text{con } \delta_{ij} = 1 \text{ si } i=j \text{ y } \delta_{ij} = 0 \text{ si } i \neq j$$

El precio de la unidad de bienes i,  $P_i$ , se basa en los costos variables  $V_i$ , a los cuales se agrega un margen de ganancia o "mark-up"  $MU_i$ , un término que mide las expectativas de inflación - donde  $TINF$  es una tasa de inflación definida más abajo y  $MI_i$  un coeficiente de comportamiento - y un término que da la influencia de un exceso de demanda sobre la capacidad normal  $PEX_i$  - Se agrega a eso la tasa  $TI_i$  de impuestos indirectos netos

de subsidios. En el sector 2 este precio se corrige añadiendo la influencia directa del precio extranjero  $PF_2$ , que es notable, por lo menos para las carnes. El supremo con 0 expresa la rigidez hacia abajo en este efecto.

$$10) \quad PEX_i(n) = \begin{cases} 0 & \text{si } QN_i(n) < KP_i(n) \\ PEXA_i & \text{si } KP_i(n) \leq QN_i(n) < RO_i \cdot KP_i(n) \\ PEXB_i & \text{si } QN_i(n) \geq RO_i \cdot KP_i(n) \end{cases}$$

$$i = 1, 2, 3, 4.$$

$$\text{con } PEXB_i > PEXA_i$$

El aumento de precio debido a exceso de demanda,  $PEX_i(n)$ , es nulo si la producción nacional  $QN_i(n)$  es inferior a la capacidad normal de producción,  $KP_i(n)$ . Es igual a una constante positiva  $PEXA_i$  si  $QN_i$  supera a  $KP_i(n)$  pero no en más de cierto factor  $RO_i$ . En Caso contrario,  $PEX_i(n)$  es igual a otra constante, mayor,  $PEXB_i$ .

$$11) \quad PK_i(n) = K_{3i}(n) P_3(n)$$

$$i = 1, 2, 3, 4.$$

$$\text{con } K_{3i}(n) = K_{3i}(n-1) (1 + ZKP)$$

El costo de instalar una unidad de capacidad de producción en el sector  $i$ ,  $PK_i(n)$ , es igual al costo de los bienes de capital necesarios -  $K_{3i}$  es el coeficiente capital/producción del sector. Se incluye la mano de obra de la instalación en el costo de los bienes de capital -  $PK_i(n)$  es el costo total, a lo largo de todo el período de maduración de la inversión,  $G_i$ , - El costo por período sería  $PK_i/G_i$ .

$$12) \quad \begin{aligned} TC(n) &= TC(n-1) [1 - FTC \cdot BPF(n)] \\ TCM(n) &= TC(n) [1 + M] \\ TC \bar{X}(n) &= TC(n) [1 - X] \end{aligned}$$

El tipo de cambio, TC, será en general exógeno, pero a veces se ensaya esta ley "libre cambista", en que la tasa de crecimiento de TC es proporcional al saldo del balance de pagos en cuenta corriente, BPF. TCM y TCX son los tipos de cambio para importación y exportación respectivamente.

$$13) \quad BET_i(n) = BET_i(n-1) \left[ 1 - FBT_i \cdot \frac{TKP_i(n)}{KP_i(n)} \right] \quad i=1,2,3,4.$$

$BET_i(n)$  es el coeficiente de trabajo cuando la producción es normal, es decir  $QN_i = KP_i$ . Se supone que disminuye proporcionalmente a los incrementos relativos de capacidad por nuevas inversiones que comienzan a producir,  $TKP_i/KP_i$ .

$$14) \quad T_i(n) = BET_i(n) \left[ 1 + AET_i \left[ \frac{QN_i(n)}{KP_i(n)} - 1 \right]^2 \right] \quad i=1,2,3,4.$$

El coeficiente de trabajo real  $T_i$  difiere del normal  $BET_i$  cuando  $QN_i \neq KP_i$ . Si hay capacidad ociosa,  $T_i$  aumenta por la rigidez hacia abajo del empleo. Si  $Q_i > KP_i$  también disminuye la productividad - la forma parabólica se obtuvo empíricamente y da el signo correcto en ambos casos.

$$15) \quad QEX_i(n) = FX_i \left[ \frac{P_i(n)}{TCX} \right]^{EL_i} \quad i = 1,3,4.$$

La demanda real para exportación se dará en general exógenamente. Aquí se calcula mediante una elasticidad precio  $EL_i$ , para los sectores 1,3,4.

$$16) \quad QEX_2(n) = NQX_2 + VQX_2 \left[ \frac{PF_2(n) - P_2(n)}{TCX(n)} \right]$$

$$PF_2(n) = NPF_2 - VPF_2 \cdot QEX_2(n)$$

No siendo despreciable la influencia de las exportaciones argentinas agropecuarias en el mercado mundial, determinamos la cantidad exportada,  $QEX_2$ , y el precio extranjero,  $PF_2$  por intersección

de las curvas de oferta y demanda aquí dadas, cuya interpretación es evidente -  $\lambda_2$ ,  $V\lambda_2$ ,  $\lambda PF_2$ ,  $VPF_2$  son constantes.

La solución explícita de este sistema, teniendo en cuenta la positividad de las variables es:

$$16.a) \quad QEX_2(n) = \frac{\lambda PF_2 - PF_2(n)}{VPF_2} \quad VO$$

$$PF_2(n) = \frac{\lambda PF_2 - VPF_2 \left[ \lambda Q\lambda_2 - VQ\lambda_2 P_2(n) / TC\lambda(n) \right]}{1 + VPF_2 \cdot VQ\lambda_2}$$

$$17) \quad EX(n) = \sum_{i=1,3,4} QEX_i(n) \frac{P_i(n)}{TC_i(n)} + PF_2(n) QEX_2(n)$$

EX = valor en dólares de todas las exportaciones (las de los sectores no tradicionales no se hacen al precio mundial sino al interno ).

$$18) \quad QIM_i(n) = \sum_{j=1}^4 M_{ji}(n) \cdot QN_i(n) = SI(n) \cdot \sum_{j=1}^4 QM_{ji}^0 \cdot QN_i(n)$$

La cantidad importada por el sector i (bienes intermedios),  $QIM_i$ , es proporcional a la producción  $QN_i$ . Los coeficientes de insumos  $M_{ji}$  se expresan mediante un índice de sustitución de importaciones  $SI(n)$  común a todos los sectores y el valor inicial de  $QM_{ji}^0$  de  $QM_{ji}$ .

$$19) \quad IM(n) = \sum_{i=1}^4 QIM_i(n) \cdot PFM_i(n) + KIM + CIM + GIM$$

IM = valor en dólares de las importaciones totales  
 $PFM_i$  = precio mundial de los bienes intermedios importados con destino i.

KIM = Importación de bienes de capital - CIM = importación de bienes de consumo - GIM = importaciones del gobierno. KIM, CIM y GIM se dan exógenamente.

$$20) \quad SI(n) = \left\{ \left[ 1 - FSP \cdot \left( \frac{PF_3(n) \cdot TCM(n)}{P_3(n)} - 1 \right) \right] \vee \left[ FSI_1 \cdot SI(n-1) \right] \right\} \wedge FSI_2 \cdot SI(n-1)$$

El índice de sustitución de importaciones SI depende de la relación, endógena, entre los precios interno y externo, pero como no puede variar bruscamente, está acotado por un crecimiento mínimo  $FSI_1$ , y uno máximo  $FSI_2$ , con respecto al período anterior.

$$21) \quad BPF(n) = EX(n) - IM(n) - REX(n)$$

Saldo del balance de pagos en cuenta corriente = exportaciones menos importaciones menos remesas al exterior. REX se da exógenamente. BPF se mide en Megadólares.

$$22) \quad FTAX(n) = M.TC(n) \cdot IM(n) + X.TC(n) \cdot EX(n)$$

Ingresos del gobierno provenientes del comercio exterior

$$23) \quad GEMP(n) = GEMP(n-1) \left[ 1 + ZGE \right]$$

$$QG_i(n) = QG_i(n-1) \left[ 1 + ZG_i \right]$$

$$QGINV(n) = QGINV(n-1) \left[ 1 + ZGINV \right]$$

El empleo del gobierno, GEMP, sus consumos reales por sector de origen  $QG_i$ , y su inversión real QGINV, se dan por tasas de crecimiento exógenas (que pueden ser variables).

$$24) \quad GSAL(n) = GEMP(n) \cdot WG(n)$$

$$GINV(n) = QGINV(n) \cdot P_3(n)$$

$$GCC(n) = \sum_{i=1}^4 P_i(n) \cdot QG_i(n)$$

Gastos del gobierno correspondientes a las variables del 23 - WG es el salario medio en el gobierno.

$$25) \quad INV_i(n) = KG_i(n) \cdot \frac{PK_i(n)}{G_i} \quad i=1,2,3,4$$

$$INV = \sum_{i=1}^4 INV_i(n)$$

Los gastos privados en inversión, por sector,  $INV_i$ , se obtienen multiplicando las inversiones reales en gestación,  $KG_i$ , por el costo del período,  $PK_i / G_i$ , donde  $G_i$  es el número de períodos que dura la gestación en promedio.

$$26) \quad PBN(n) = C(n) + INV(n) + GCC(n) + GINV(n) + GSAL(n) + TC(n) \cdot BPF(n)$$

Cuenta del producto bruto nacional

$$27) \quad QN_i = QC_i(n) + \sum_{j=1}^4 (Q_{ij} - QM_{ij}) \cdot QN_j(n) + QEA_i(n) + \delta_{i,3} \left[ \sum_{j=1}^4 \frac{K_{3j}}{G_j} \cdot KG_j(n) + QGINV(n) - KIM \right]$$

La producción nacional del sector  $i$ ,  $QN_i$ , es igual a la demanda total: consumo personal nacional,  $QC_i$ , consumo del gobierno,  $QG_i$ , insumos intermedios nacionales,  $(Q_{ij} - QM_{ij}) QN_j$ , exportación,  $QEA_i$ , y además la demanda de bienes de capital privada y del gobierno neta de capitales exteriores, entre corchetes. Como esta última afecta sólo al sector 3, se multiplica por la delta  $\delta_{i,3}$ , que vale cero si  $i \neq 3$  y vale 1 si  $i=3$

$$28) \quad W_i(n) = W_i(n-1) \left\{ \left[ 1 + FWA \cdot \left( \frac{W_i(0)}{W_i(n-1)} \right) \cdot PIN(n-1) - 1 \right] + FWB \cdot DTB(n-1) - FWC \cdot DDES(n-1) \right\} \vee 0,999 \quad i=1,2,3,4.$$

La tasa de incrementos de salarios tiene 3 términos. Uno depende del índice de precios  $PIN$  comparado con el índice de salarios del sector,  $W_i(n-1) / W_i(0)$ . Otro depende de  $DTB$ , definido en 30, que es la variación de la relación beneficios/ salarios pagados. El tercero es proporcional a la variación del desem-



pleo. La rigidez hacia abajo de los salarios se representa por el supremo con 0,999, que impide una disminución mayor del 1 %/oo por período.

$$29) \quad B_i(n) = P_i(n) \cdot QN_i(n)(1 - TI_i) - QN_i(n) \cdot V_i(n) - AMT_i(n) \\ - (TS_i + S_i) \cdot B_i(n-1) + \delta_{i,2} \left[ QEX_2(n) \cdot (TCX(n) \cdot PF_2 - P_2(n)) \right]$$

Los beneficios distribuidos en  $i$ ,  $B_i$ , están formados por las ventas, netas de impuestos indirectos, menos los costos variables, las depreciaciones,  $AMT_i$ , los impuestos directos a las

sociedades,  $TS_i \cdot B_i$  y los beneficios no distribuidos,  $S_i \cdot B_i$ .

Como el sector 2 vende sus exportaciones al precio mundial, se añade un término que expresa eso ( $\delta_{i2} = 0$  si  $i \neq 2$ )

$$30) \quad DTB(n) = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 \left[ \frac{B_j(n)}{W_j(n) \cdot T_j(n) \cdot QN_j(n)} - \frac{B_j(n-1)}{W_j(n-1) \cdot T_j(n-1) \cdot QN_j(n-1)} \right]$$

DTB es la variación de un período al siguiente en los beneficios por unidad de salario pagado, promediada sobre los 4 sectores.

$$31) \quad TINF(n) = \frac{\sum_{i=1}^4 P_i(n) \cdot QN_i(n)}{\sum_{i=1}^4 P_i(n-1) \cdot QN_i(n-1)} - 1$$

$$PIN(n) = PIN(n-1) (1 + TINF(n))$$

TINF es la tasa de inflación y PIN el índice general de precios.

$$32) \quad AMT_i(n) = \frac{K P_i(n) \cdot PK_i(n)}{D_i}$$

$$AMT(n) = \sum_{i=1}^4 AMT_i(n)$$

La amortización es igual al valor del capital instalado,  $KP_i$ , calculado a costo de reposición,  $PK_i$ , dividido por la vida

media,  $D_i$ .

$$33) \quad EMP(n) = \sum_{i=1}^4 T_i(n) \cdot QN_i(n) + GEMP(n)$$

El número de personas empleadas,  $EMP$ , se obtiene sumando los empleados en la producción,  $T_i \cdot QN_i$ , y en el gobierno,  $GEMP$ .

$$34) \quad POBA(n) = POBA(n-1) (1 + ZPOB)$$

$$DES(n) = \frac{POBA(n) - EMP(n)}{POBA(n)}$$

$$DDES(n) = DES(n) - DES(n-1)$$

La población activa,  $POBA$ , crece a la misma velocidad,  $ZPOB$  que la población total  $POBT$ . El desempleo,  $DES$ , se mide con respecto a  $POBA$ .  $DDES$  es la variación del desempleo.

$$35) \quad BKE_i(n) = \frac{B_i(n)}{PK_i(n)} + \frac{B_i(n-1)}{PK_i(n-1)} + \frac{B_i(n-2)}{PK_i(n-2)}$$

$BKE_i$  es una medida aproximada de los beneficios esperados por unidad de capacidad instalada, sobre 3 períodos.

$$36) \quad QE_i(n) = \bar{Q}_i(n) + FQE_i \cdot \left( \frac{Q_i(n) - Q_i(n-3)}{3} \right)$$

$$\text{donde } \bar{Q}_i(n) = \frac{1}{3} \left[ QN_i(n) + QN_i(n-1) + QN_i(n-2) \right]$$

$QE_i$  es una medida de la demanda esperada en el sector  $i$  dentro de  $FQE_i$  períodos. Extrapolación lineal de las demandas anteriores promediadas.

$$37) \quad TKL_i(n) = \begin{cases} 0 & \text{si } BKE_i(n) \leq 0 \\ FIL_i \left[ \frac{KA_i(n) - KG_i(n) + QE_i(n) - KP_i(n)}{[FRK_i \cdot KP_i(n)]} \right] \vee & \text{si } BKE_i(n) > 0 \end{cases}$$

La inversión "lógica" que se inicia en el período  $n$  es cero si el beneficio esperado es negativo. En caso contrario está dada por una parte,  $FIL_i$ , de las necesidades esperadas de capacidad, que son:  $KE_i$  = capacidad que quedará obsoleta

durante el próximo lapso de gestación, más demanda esperada al cabo de ese lapso, menos las inversiones actualmente en gestación,  $KG_i$ , menos la capacidad actualmente instalada. En todo caso  $TKL_i$  no puede ser inferior al mantenimiento de  $KP_i$ , dado por  $FRK_i \cdot KP_i$ .

$$38) \quad TKI_i(n) = \sum_{j=1}^5 FTK_j \cdot TKI_i(n-j) + FTK_0 \cdot TKL_i(n)$$

$$\text{con } \sum_{j=0}^5 FTK_j = 1$$

La inversión efectivamente iniciada es un promedio ponderado de la lógica con las inversiones de 5 períodos anteriores.

$$39) \quad TKP_i(n) = \text{DISP} (TKI_i, G_i, DI_i)$$

Las inversiones que terminan de madurar en el período  $n$  (comienzan a producir) se obtienen a partir de las iniciadas en el pasado por medio de la función  $\text{DISP}$ , que calcula la parte de  $TKI_i(n-r)$  que madura en  $n$  como si los tiempos de maduración estuvieran distribuidos en forma aproximadamente Gaussiana, con promedio  $G_i$  y dispersión  $DI_i$ .

$$40) \quad KG_i(n) = KG_i(n-1) + TKI_i(n) - TKP_i(n)$$

Las inversiones que están madurando en el período  $n$  son las \* que se inician, menos las que terminan de madurar.

$$41) \quad KP_i(n) = KP_i(n-1) + TKP_i(n) - TKM_i(n)$$

La capacidad instalada es igual a la que había en el período anterior más la que termina de madurar, menos la que "muere" o queda obsoleta.

$$42) \quad TKM_i(n) = TKM_i(n-1) + VTKM_i$$

En cada período, la capacidad que "muere" aumenta en una constante  $VTKM_i$ .

$$43) \quad KA_i(n) = KA_i(n-1) + G_i \cdot VTKM_i$$

\* que estaban madurando en el período anterior más las

En cada período, la capacidad que está en "agonia", o sea que morirá dentro de los siguientes  $G_i$  períodos ( $G_i$  = tiempo de gestación) aumenta en  $G_i \cdot VTKM_i$

$$44) \quad YDA(n) = GSAL(n) + \sum_{i=1}^4 T_i(n) \cdot T_i \cdot Q_i(n) + TRA(n) - \\ - TAXA \cdot YDA(n)$$

El ingreso disponible por los asalariados, YDA, es igual a la suma de los salarios del gobierno y producción, más transferencias del gobierno (exógenas), menos impuestos directos.

$$45) \quad YDB(n) = \sum_{i=1}^4 B_i(n) - TAXB \cdot YDB(n-1)$$

El ingreso disponible por los no asalariados es la suma de los beneficios distribuidos menos los impuestos directos del período anterior.

$$46) \quad YD(n) = YDA(n) + YDB(n) \\ TOR(n) = YDB(n) / YD(n)$$

YD = ingreso disponible total. TCR = parte de la "torta" YD que toca a los no asalariados.

$$47) \quad YG(n) = \sum_{i=1}^4 TI_i \cdot P_i(n-1) \cdot QN_i(n-1) + \sum_{i=1}^4 TS_i \cdot B_i(n-1) \\ + TAXA \cdot YDA(n) + TAXB \cdot YDB(n-1) + \\ + \sum_{i=1}^4 AS_i \cdot W_i(n-1) \cdot T_i(n-1) \cdot QN_i(n-1) + PTAX(n)$$

Ingresos del gobierno. El desfase se debe a que casi todos los ingresos se pagan con retraso.

$$48) \quad GTG(n) = GCC(n) + GSAL(n) + GINV(n) + TRA(n)$$

gastos totales del gobierno.

$$49) \quad TRAR(n) = TRAR(n-1) \cdot (1 + ZTRA) \\ TRA(n) = TRAR(n) \cdot PIN(n)$$

Crecimiento de las transferencias del gobierno a los asalariados en valores reales y corrientes.

$$50) \quad DFIN_i(n) = IDV_i(n) - ART_i(n) - S_i \cdot B_i(n-1)$$

$$ADFIN(n) = ADFIN(n-1) + \sum_{i=1}^4 DFIN_i(n) / PIN(n)$$

$DFIN_i$  = déficit financiero de las empresas  $i$  -  $ADFIN$  = déficit total acumulado, a precios del año base.

$$51) \quad AF(n) = YD(n) - C(n) - CIM \cdot TC - REX \cdot TC$$

$$AAF(n) = AAF(n-1) + \frac{AF(n)}{PIN(n)}$$

Ahorro y ahorro acumulado de las familias

$$52) \quad GSUP(n) = YG(n) - GTG(n)$$

$$AGSUP(n) = AGSUP(n-1) + GSUP(n) / PIN(n)$$

Superavit y superavit acumulado del gobierno

$$53) \quad PBERC(n) = \frac{PBE(n)}{POBT(n) \cdot PIN(n)}$$

Producto bruto real "per cápita"

$$54) \quad ABPF(n) = ABPF(n-1) + BPF(n)$$

Saldos acumulados del balance de pagos

ARTURO O'CONNELL y OSCAR VARSLSKY

COLABORARON: A. LUGO, M. MALAJOVICH, H. PAULERO, J. SABATO  
y V. YOHAY.

	SECTOR 1	SECTOR 2	SECTOR 3	SECTOR 4	GOBIERNO	FAMILIAS	EXTERIOR	ACUMULACION	$\Sigma$
S-1	$(Q_{11} - Q_{M1}) \cdot Q_{N1} \cdot P_1$	$(Q_{12} - Q_{M12}) \cdot Q_{N2} \cdot P_1$	$(Q_{13} - Q_{M13}) \cdot Q_{N3} \cdot P_1$	$(Q_{14} - Q_{M14}) \cdot Q_{N4} \cdot P_1$	$Q_{G1} \cdot P_1$	$C_1$	$QEX_1 \cdot P_1$	0	$P_1 \cdot Q_{N1}$
S-2	$(Q_{21} - Q_{M21}) \cdot Q_{N1} \cdot P_2$	$(Q_{22} - Q_{M22}) \cdot Q_{N2} \cdot P_2$	$(Q_{23} - Q_{M23}) \cdot Q_{N3} \cdot P_2$	$(Q_{24} - Q_{M24}) \cdot Q_{N4} \cdot P_2$	$Q_{G2} \cdot P_2$	$C_2$	$QEX_2 \cdot P_2$ TCX	0	$P_2 \cdot Q_{N2}$
S-3	$(Q_{31} - Q_{M31}) \cdot Q_{N1} \cdot P_3$	$(Q_{32} - Q_{M32}) \cdot Q_{N2} \cdot P_3$	$(Q_{33} - Q_{M33}) \cdot Q_{N3} \cdot P_3$	$(Q_{34} - Q_{M34}) \cdot Q_{N4} \cdot P_3$	$Q_{G3} \cdot P_3$	$C_3$	$QEX_3 \cdot P_3$	$\Sigma LRV + GINV - KIM \cdot TCM$	$P_3 \cdot Q_{N3}$
S-4	$(Q_{41} - Q_{M41}) \cdot Q_{N1} \cdot P_4$	$(Q_{42} - Q_{M42}) \cdot Q_{N2} \cdot P_4$	$(Q_{43} - Q_{M43}) \cdot Q_{N3} \cdot P_4$	$(Q_{44} - Q_{M44}) \cdot Q_{N4} \cdot P_4$	$Q_{G4} \cdot P_4$	$C_4$	$QEX_4 \cdot P_4$	0	$P_4 \cdot Q_{N4}$
GOB.	$TI_1 \cdot P_1 \cdot Q_{N1} +$ $+AS_1 \cdot W_1 \cdot T_1 \cdot Q_{N1} +$ $+TS_1 \cdot B_1$	$TI_2 \cdot P_2 \cdot Q_{N2} +$ $+AS_2 \cdot W_2 \cdot T_2 \cdot Q_{N2} +$ $+TS_2 \cdot B_2$	$TI_3 \cdot P_3 \cdot Q_{N3} +$ $+AS_3 \cdot W_3 \cdot T_3 \cdot Q_{N3} +$ $+TS_3 \cdot B_3$	$TI_4 \cdot P_4 \cdot Q_{N4} +$ $+AS_4 \cdot W_4 \cdot T_4 \cdot Q_{N4} +$ $+TS_4 \cdot B_4$	---	TAXA.YDA+ +TAXB.YDB	PTAX	---	YG
FAM.	$W_1 \cdot T_1 \cdot Q_{N1} + BD_1$	$W_2 \cdot T_2 \cdot Q_{N2} + BD_2$	$W_3 \cdot T_3 \cdot Q_{N3} + BD_3$	$W_4 \cdot T_4 \cdot Q_{N4} + BD_4$	GEMP.WG+ +TRA	---	-REX.TC	---	YDA+YDB
EXT.	$QIM_1 \cdot PFM_1 \cdot TCM$	$QIM_2 \cdot PFM_2 \cdot TCM$	$QIM_3 \cdot PFM_3 \cdot TCM$	$QIM_4 \cdot PFM_4 \cdot TCM$	GIM.TCM	CIM.TCM	---	KIM.TCM	IM.TCM
ACUM.	$S_1 \cdot B_1 + AMT_1$	$S_2 \cdot B_2 + AMT_2$	$S_3 \cdot B_3 + AMT_3$	$S_4 \cdot B_4 + AMT_4$	GSUP+ +GINV	AF	-BPF.TC	---	
$\Sigma$	$P_1 \cdot Q_{N1}$	$P_2 \cdot Q_{N2}$	$P_3 \cdot Q_{N3}$	$P_4 \cdot Q_{N4}$	GSUP+ +CTG	consumo+ ahorro+ impuestos directos	IM.TCM		





Los documentos que integran la Biblioteca PLACTED fueron reunidos por la [Cátedra Libre Ciencia, Política y Sociedad \(CPS\). Contribuciones a un Pensamiento Latinoamericano](#), que depende de la Universidad Nacional de La Plata. Algunos ya se encontraban disponibles en la web y otros fueron adquiridos y digitalizados especialmente para ser incluidos aquí.

Mediante esta iniciativa ofrecemos al público de forma abierta y gratuita obras representativas de autores/as del **Pensamiento Latinoamericano en Ciencia, Tecnología, Desarrollo y Dependencia (PLACTED)** con la intención de que sean utilizadas tanto en la investigación histórica, como en el análisis teórico-metodológico y en los debates sobre políticas científicas y tecnológicas. Creemos fundamental la recuperación no solo de la dimensión conceptual de estos/as autores/as, sino también su posicionamiento ético-político y su compromiso con proyectos que hicieran posible utilizar las capacidades CyT en la resolución de las necesidades y problemas de nuestros países.

**PLACTED** abarca la obra de autores/as que abordaron las relaciones entre ciencia, tecnología, desarrollo y dependencia en América Latina entre las décadas de 1960 y 1980. La Biblioteca PLACTED por lo tanto busca particularmente poner a disposición la bibliografía de este período fundacional para los estudios sobre CyT en nuestra región, y también recoge la obra posterior de algunos de los exponentes más destacados del PLACTED, así como investigaciones contemporáneas sobre esta corriente de ideas, sobre alguno/a de sus integrantes o que utilizan explícitamente instrumentos analíticos elaborados por estos.

### Derechos y permisos

En la Cátedra CPS creemos fervientemente en la necesidad de liberar la comunicación científica de las barreras que se le han impuesto en las últimas décadas producto del avance de diferentes formas de privatización del conocimiento.

Frente a la imposibilidad de consultar personalmente a cada uno/a de los/as autores/as, sus herederos/as o los/as editores/as de las obras aquí compartidas, pero con el convencimiento de que esta iniciativa abierta y sin fines de lucro sería del agrado de los/as pensadores/as del PLACTED, ***requerimos hacer un uso justo y respetuoso de las obras, reconociendo y citando adecuadamente los textos cada vez que se utilicen, así como no realizar obras derivadas a partir de ellos y evitar su comercialización.***

A fin de ampliar su alcance y difusión, la Biblioteca PLACTED se suma en 2021 al repositorio ESOCITE, con quien compartimos el objetivo de "recopilar y garantizar el acceso abierto a la producción académica iberoamericana en el campo de los estudios sociales de la ciencia y la tecnología".

Ante cualquier consulta en relación con los textos aportados, por favor contactar a la cátedra CPS por mail: [catedra.cienciaypolitica@presi.unlp.edu.ar](mailto:catedra.cienciaypolitica@presi.unlp.edu.ar)